

Definicija fluida i pritiska

- Model fluida u stanju **mirovanja** se pojednostavljuje još i time što se uzima da u fluidu nema sila trenja između delića. Trenje se javlja tek pri kretanju fluida.
- Pod **nestišljivim fluidom**, kao što je već napomenuto, smatraju se fluidi kod kojih je zapremina nepromenljiva.
- **Idealan fluid** je onaj fluid kod koga između delića nema trenja.
- **Stišljiv fluid** je fluid kod koga su elastične sile dominantne, te zbog toga dolazi do promena zapremine. Model se najčešće primenjuje u dinamici gasova.
- **Realan fluid** se karakteriše postojanjem i elastičnih sila i sila trenja.

Fizička svojstva fluida pogodno je da se podele u tri grupe:

- mehanička (gustina (ρ), pritisak (p))
- termička (temperatura (t, T), unutrašnja energija (u), entalpija (h), specifična toplota (c))
- uzrokovana (viskoznost (η, ν), stišljivost (s, ε), površinski napon (γ), napon pare (p_k), toplotno širenje (β), kavitacija (κ)).

Definicija fluida i pritiska

Pritisak je specifično predstavljanje unutrašnih elastičnih sila u fluidu.

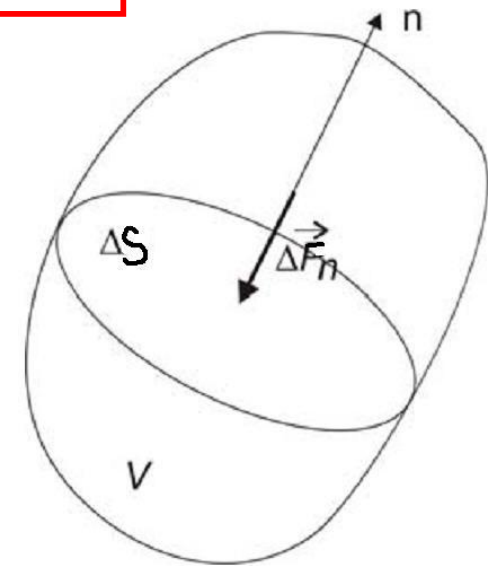
Posmatra se jedan proizvoljni prostor ispunjen fluidom. Ako se odstrani jedan njegov deo kao na slici dejstvo tog dela može se zameniti normalnom silom $\Delta \vec{F}_n$

Pritisak se definiše kao:

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_n}{\Delta S} = \frac{d \vec{F}_n}{dS}$$

Osnovna jedinica pritiska je Pa (paskal)

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2 \text{m}^2}$$



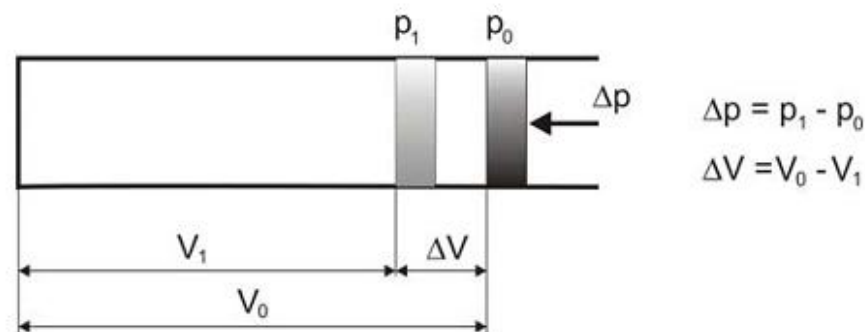
Prikaz definicije pritiska

Osnovna fizička svojstva fluida

Gustina je osobina materije koja opisuje na koji način je „spakovana“ materija, tj. na koji način su povezani atomi i samim tim koju zapreminu zauzima određena masa materije:

$$\rho = m / V \quad [\text{kg/m}^3],$$

ρ gustina materije, m označena masa, V zapremina materije čija gustina se određuje.



Stišljivost

Pod dejstvom pritiska fluidi menjaju zapreminu. Ova pojava definiše se kao svojstvo fluida. Smanjenje zapremine je u lineranoj zavisnosti od povećanja pritiska. Ovo svojstvo fluida iskazuje se koeficijentom stišljivosti. On se definiše na sledeći način:

$$s = -\frac{\Delta V}{V_0} \frac{1}{\Delta p} \quad \text{ili diferencijalnom obliku} \quad s = -\frac{dV}{V_0} \frac{1}{dp} \quad (\text{Pa}^{-1})$$

Znak "minus" u jednačini ukazuje na to da se zapremina smanjuje pri povećanju pritiska.

Osnovne razlike izmedju fluida i čvrstih tela:

fluidi mogu da teku i menjaju oblik zapremine pod dejstvom vrlo malih sila.

Fluidi se ponašaju kao elastične sredine samo pri njihovom svestranom sabijanju.

Hukov zakon za fluide:

$$\sigma = -E_V \delta = -E_V \frac{\Delta V}{V}$$

Gde je E_V modul sabijanja, a njegova recipročna vrednost je koeficijent stišljivosti.

$\rho = \text{const}$ nestišljive tečnosti

$\rho = \rho(p)$ stišljive (gasovi)

Još neke osobine fluida

**temperaturno širenje, kapilarnost, napon pare,
površinski napon,..**

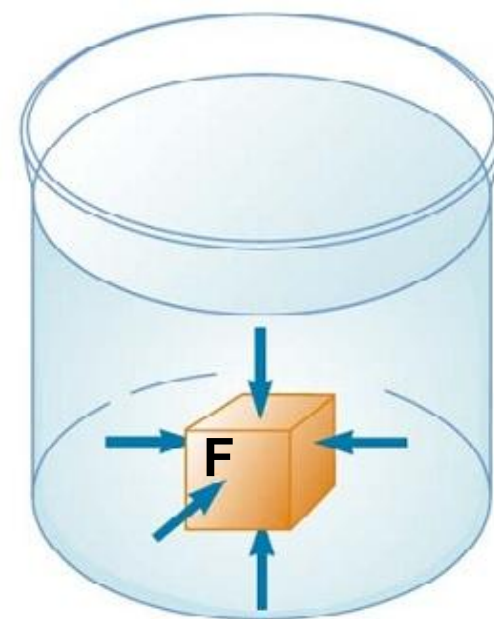
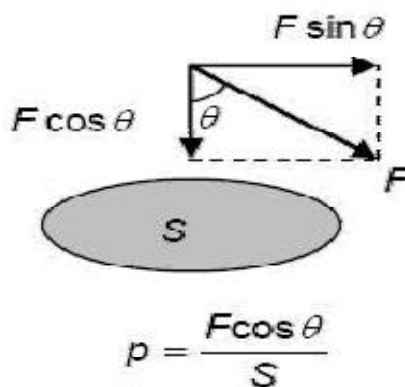
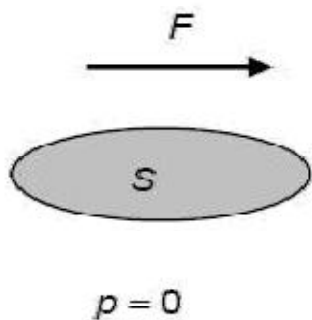
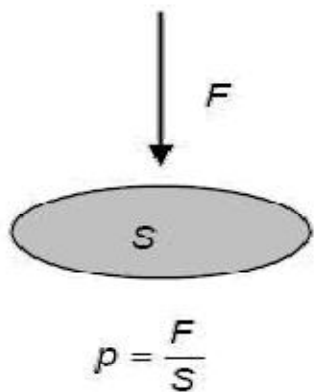
Pritisak

Pomeranje fluida izazivaju sile koje deluju na izvesnu njihovu površinu (zbog toga što nemaju stalan oblik). Zato je uvedena fizička veličina **pritisak** (skalarna veličina) koja predstavlja odnos **normalne sile** F koja deluje na površinu nekog tela S .

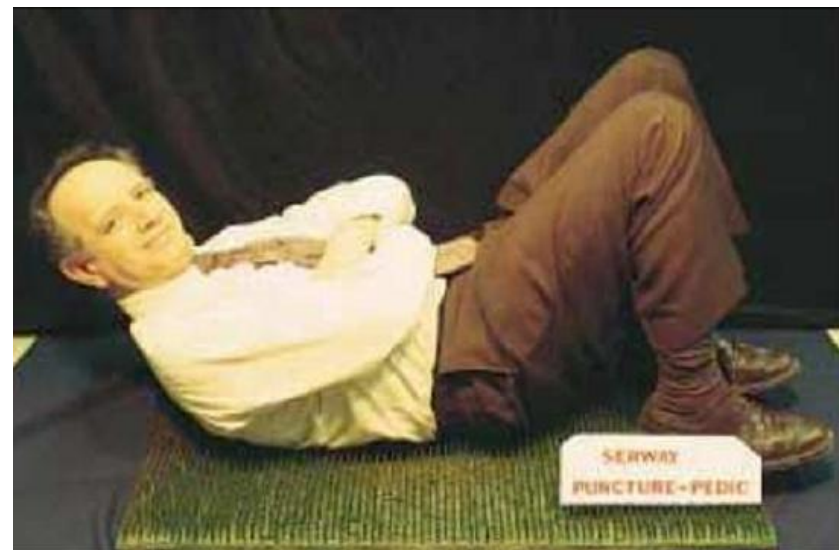
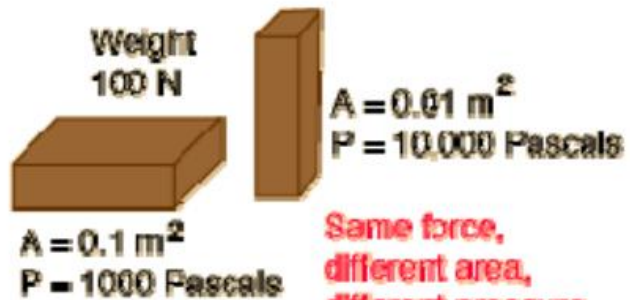
Jedinica za pritisak je Paskal ($[Pa]=[N/m^2]$).

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$p = \frac{F}{S}$$

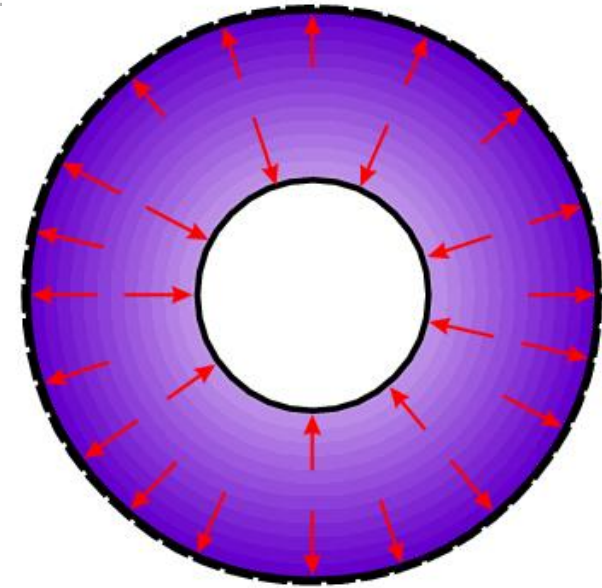


$$\text{Pressure} = \frac{\text{Force}}{\text{Area}} = \frac{F}{A}$$



Pritisak

- Pritisak u fluidima u **stanju mirovanja** uvek deluje silama pod pravim uglom u odnosu na zidove (površni sa kojima je u kontaktu)
- kad bi se javila dodatna komponenta sile koja ne bila pod pravim uglom, izazvala bi pomeranje delova fluda sve dok ta sila ne bila uravnotežena.



Auto guma

$$P = \frac{F}{S}$$



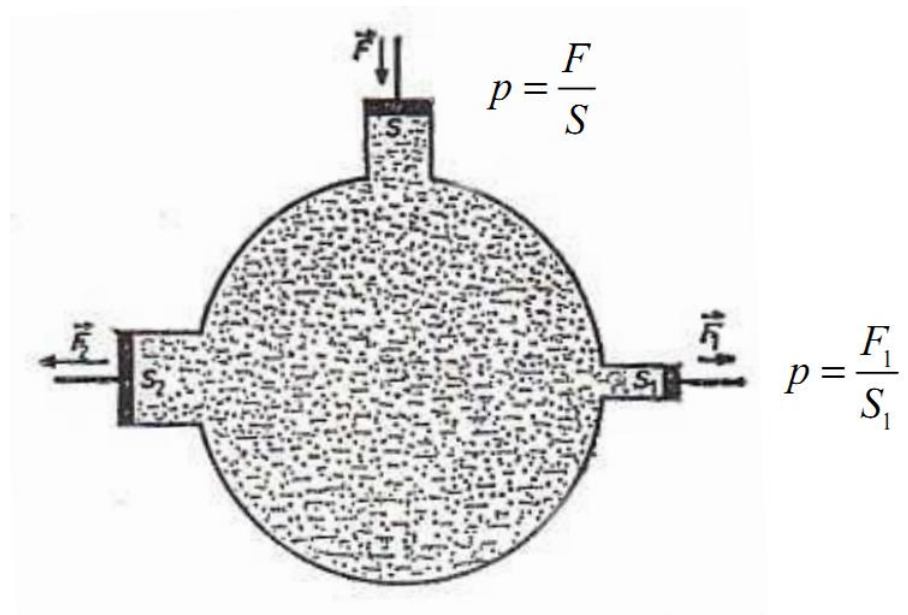
- Pritisak deluje na sve površine u fluidima (zamišljene ili ne) pod pravim uglom.

- Pritisak u tečnosti (fluidu) može da potiče ili od težine same tečnosti ili od delovanja spoljašnje sile.

- **Paskalov zakon:** Pritisak koji se spolja vrši na neku tečnost (ili, u opštem slučaju, na fluid) prenosi se kroz nju nesmanjenim intenzitetom na SVE strane podjednako.

- Ukoliko u fluidu postoji više nezavisnih izvora pritiska, po Paskalovom principu, **ukupan pritisak u fluidu biće jednak zbiru pritisaka stvorenih iz nezavisnih izvora.**

$$p = \frac{F_2}{S_2}$$

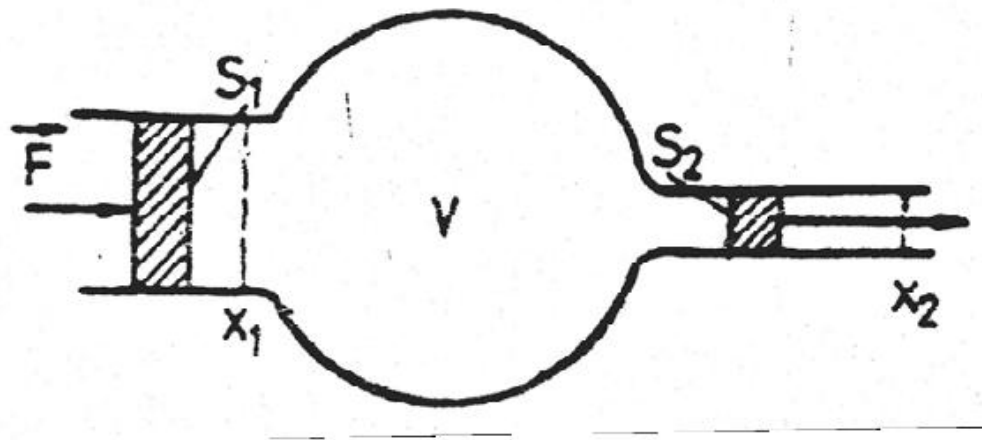


$$p = \frac{F}{S} = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

- Moguće je menjati intenzitet, pravac i smer delovanja sile pomoću tečnosti u zatvorenom sudu.

Paskalov zakon

Pritisak na zatvoreni fluid se pre nosi podjednako na sve zidove suda



Rad pri pomeranju klipa

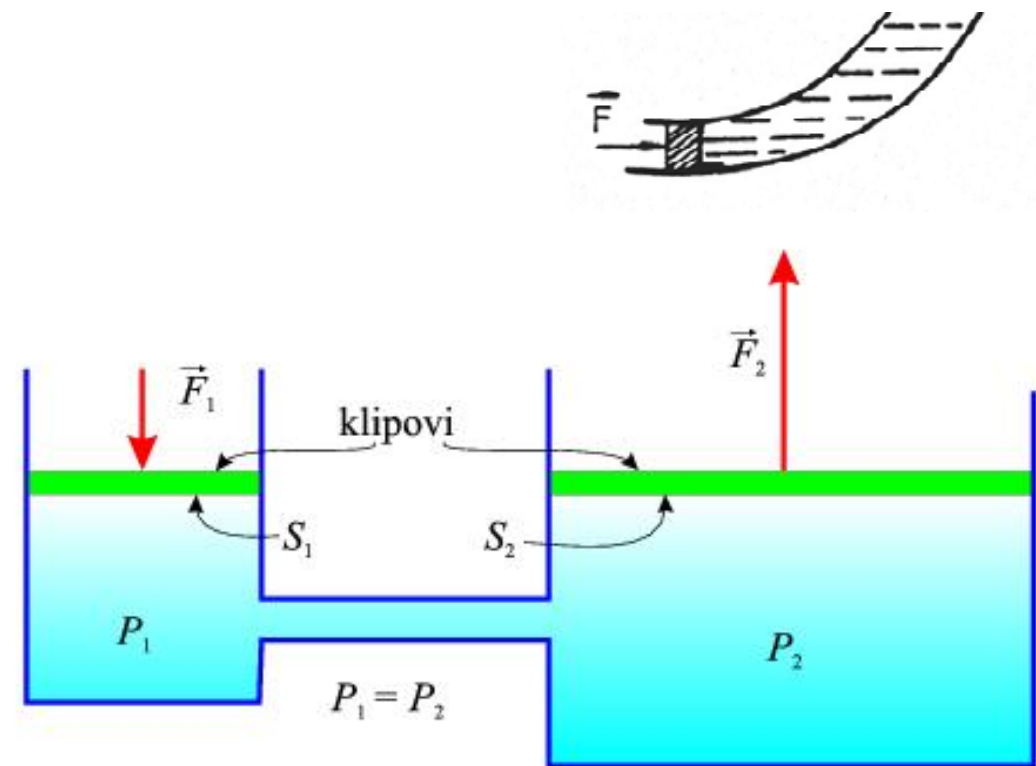
$$\begin{cases} A_1 = F_1 x_1 = p_1 S_1 x_1 \\ A_2 = F_2 x_2 = p_2 S_2 x_2 \end{cases}$$

$$A_2 = A_1 \quad S_2 x_2 = S_1 x_1$$

$$p_1 = p_2$$

Paskalov zakon-primena-hidraulični sistemi

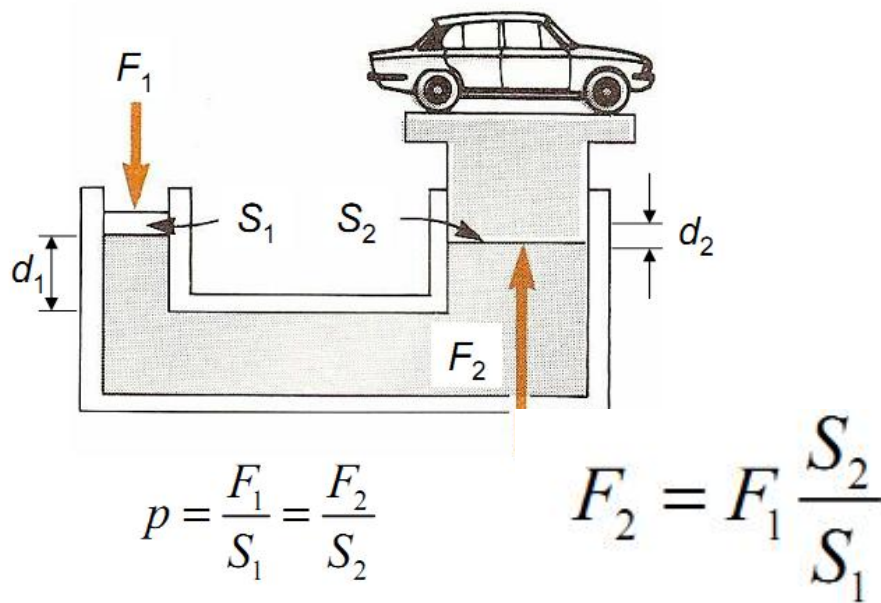
- 2 spojena cilindra, napunjena fluidom i zatvorena pokretnim klipovima
- na približno istoj visini – nema dodatnog pritiska usled razlike u visinama
- ako hoćemo veću silu – primenjujemo silu na manji cilindar što prenosi pritisak na veći na koji deluje veća sila
- Primer:
 - $S_2=5S_1$
 - silom od $F_1=100\text{N}$,
 - dobija se $F_2=500\text{N}$



Hidraulični sistem sa dva cilindra i dva klipa.

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad \boxed{F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}}$$

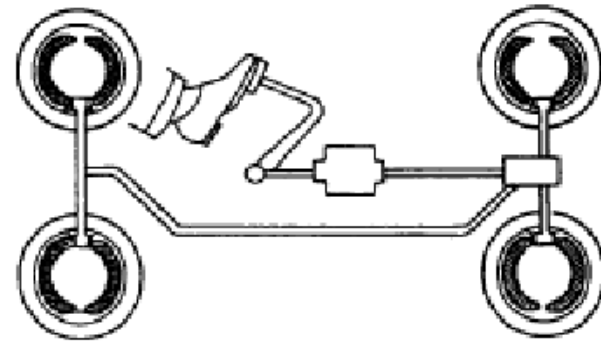
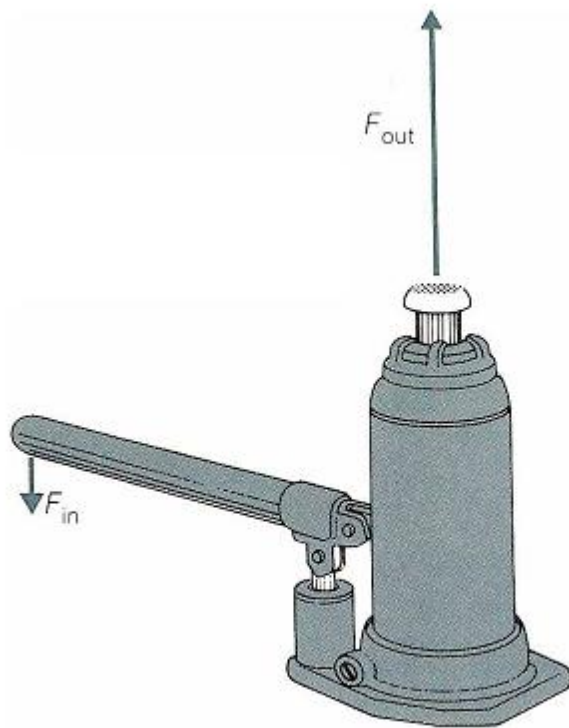
Pascalov zakon → princip rada hidrauličkih uređaja (dizalica, presa, kočnice, ...)



$$S_1 d_1 = S_2 d_2, \quad F_1 d_1 = F_2 d_2$$

Sila F_2 veća je od F_1 jer je S_2 veće od S_1 .

- Povećava se sila ali ne i iznos rada!
- $A = Fd$
- Veći cilindar se pomera na manje rastojanje pa je rad jednak uloženom (ako nema trenja).



Hidraulični kočioni sistem kod automobila.

- Dizalica

Hidrostatički pritisak

=pritisak uzrokovan težinom samog fluida

U tečnostima postoji pritisak koji je posledica delovanja **gravitacione** sile na sve čestice (molekule) tečnosti. Svaki delić tečnosti svojom težinom vrši pritisak na deliće ispod njega.

$$\sum_i F_i = 0 \quad p_2 S - p_1 S - Q = 0$$

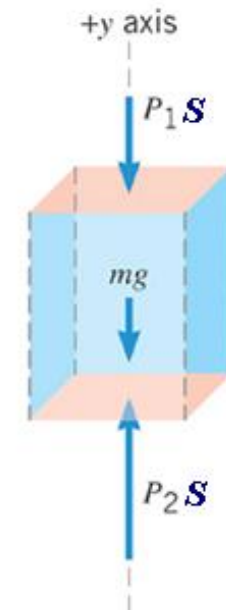
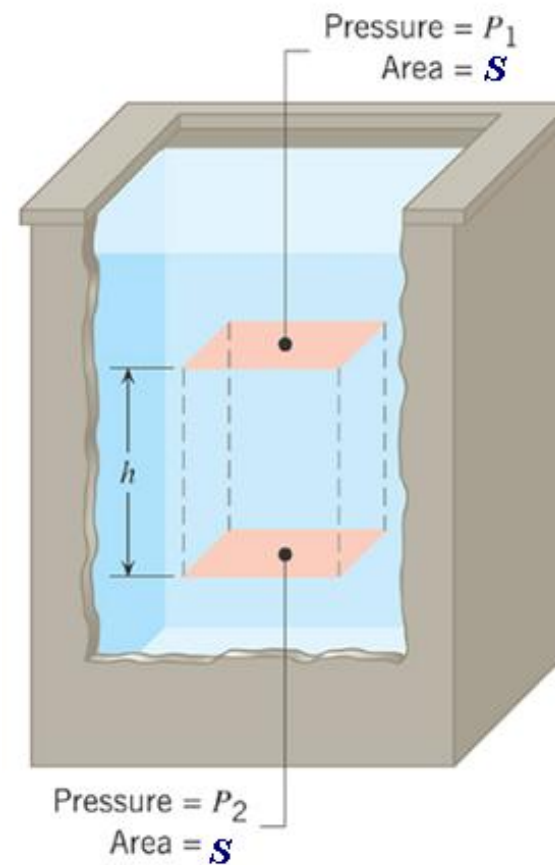
$$p_2 S - p_1 S - \rho S h g = 0$$

$$p_2 = p_1 + \rho g h$$

ili:

$$p = \frac{Q}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho V g}{S} = \frac{\rho S h g}{S} = \rho g h$$

$$p = \rho g h$$



(b) Free-body diagram

Hidrostatički pritisak stuba tečnosti gustine ρ i visine h :

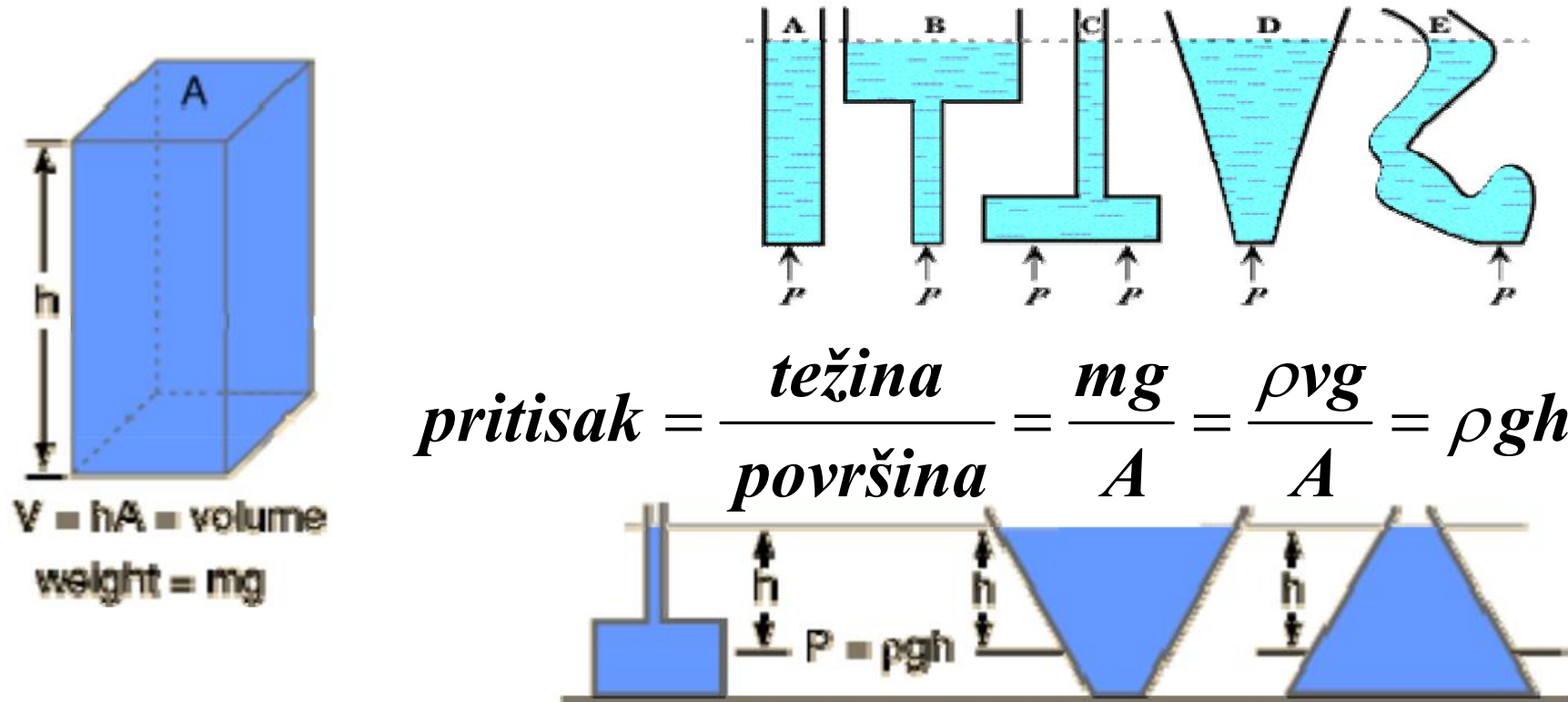
Promena pritiska sa dubinom

- Voda: ronioci: na svakih 10 m raste za po 1 atmosferu (atmosferski pritisak na nivou mora)
- Atmosferski: opada sa visinom – značajno za planinarenje i let avionima
- zaključci:
 - pritisak zavisi od dubine fluida
 - brže se menja u vodi nego u vazduhu
 - to bi moglo da ima veze sa gustinom fluida
- Standardni atmosferski pritisak P_{atm} prosečna vrednost atmosferskog pritiska na nivou mora.

$$P = \frac{mg}{S} \quad 1 \text{ atmosfera} = P_{atm} = 1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 101 \text{ kPa.}$$

- posledica težine vazduha iznad površine Zemlje

Hidrostatski pritisak u fluidu zavisi samo od dubine h ,
ne zavisi od oblika, ukupne količine ili težine, ili
 oblika površine fluida (tečnosti) u sudu.



$$\text{pritisak} = \frac{\text{težina}}{\text{površina}} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho vg}{A} = \rho gh$$

Ako se iznad slobodne površine tečnosti nalazi atmosfera, tada je ukupan pritisak na dubini h jednak zbiru **atmosferskog** p_0 i **hidrostatskog** ρgh :

$$p_{uk} = p_0 + \rho gh$$

$$p_{uk} = p_0 + \rho gh$$

Hidrostatički paradoks.

- Ukupni pritisak u tri različite posude na istoj dubini h jednak - ne zavisi od oblika posude, zapremine vode (težina stubova tečnosti), niti od površine suda

Kako je to moguće?

Tečnost deluje normalnom silom na zidove suda. Silom istog intenziteta i pravca ali suprotnog smera i zidovi suda deluju na tečnost.

Ako bi tu silu razdvojili na horizontalnu i vertikalnu komponentu, horizontalne komponente bi se poništavale (suprotnih su smerova), a ostalo bi samo dejstvo vertikalnih komponenti koje su u ovom slučaju orijentisane vertikalno naviše pa praktično eliminišu težinu tečnosti u tom delu.

Na taj način **samo težina vertikalnog stuba tečnosti iznad posmatranog preseka utiče na pritisak.**



Zakon spojenih sudova

Koliki je pritisak u tačkama
A, B, C, D?



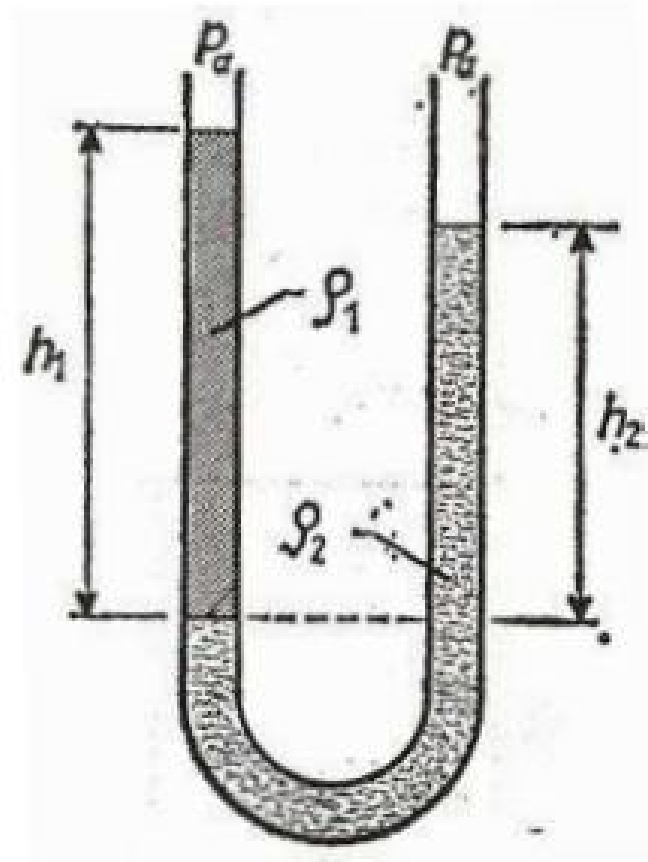
U medjusobno spojenim posuda nivo tečnosti u svim posudama je isti bez obzira na oblik posuda – jer je hidrostatski pritisak jednak u svim tačkama na istoj dubini.

Zakon spojenih sudova

- dvije različite tečnosti, ρ_1 , ρ_2

$$p_a + \rho_1 g h_1 = p_a + \rho_2 g h_2$$

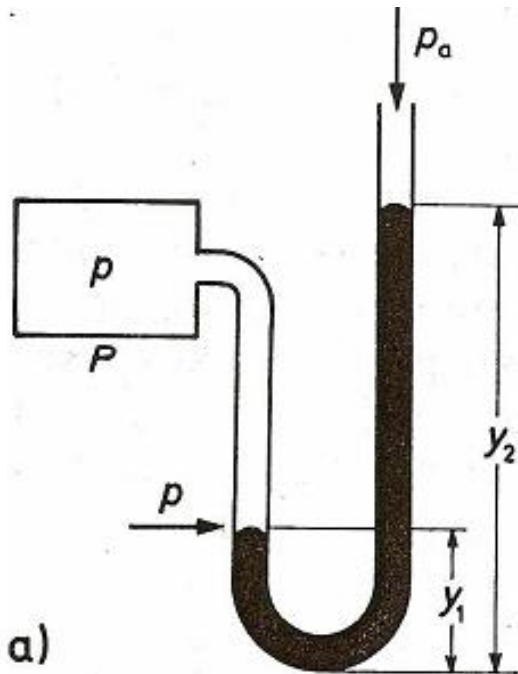
$$\rho_2 = \rho_1 \frac{h_1}{h_2} \quad \text{gustina nepoznate tečnosti } \rho_2$$



- Prema zakonu spojenih sudova rade uređaji za merenje pritiska :
 - manometri, barometri

Način rada manometra

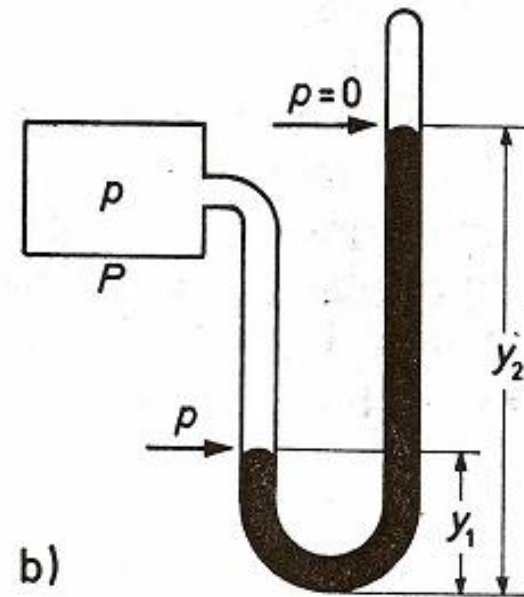
= korišćenje zakona za hidrostatski pritisak



a)

Otvoreni manometar :

$$p = p_a + \rho g (y_2 - y_1) = p_a + \rho g h$$



b)

Zatvoreni manometar :

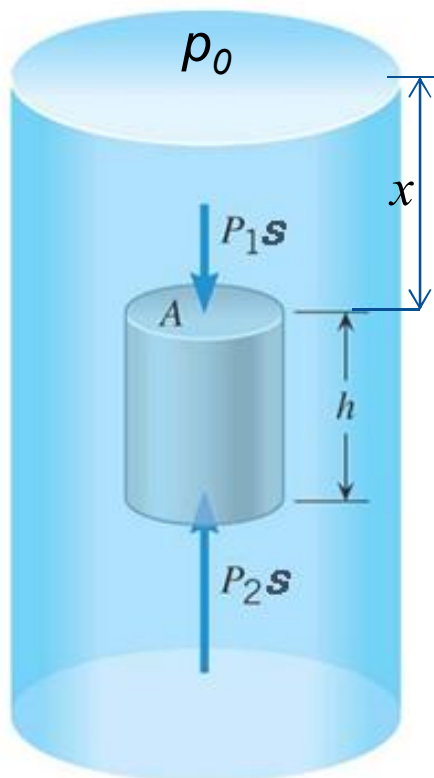
$$p = \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h$$

Potisak. Arhimedov zakon.



Arhimed (287-212)

- Na sva tela potopljena u tečnost deluje sila suprotnog smera od gravitacione, koja teži da istisne telo iz tečnosti - **sila potiska**.
- Sila potiska je posledica činjenice da hidrostatički pritisak raste sa dubinom, tj. njen uzrok je razlika u hidrostatičkim pritiscima koji na uronjeno telo deluju na njegovoj gornjoj i donjoj strani.



$$F_p = F_2 - F_1 = p_2 S - p_1 S$$

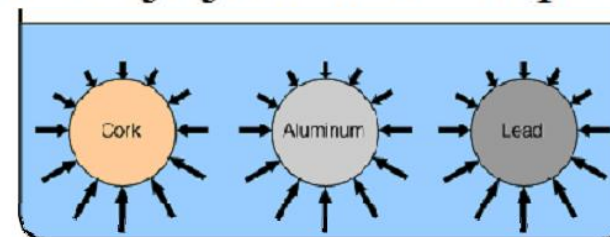
$$F_p = [p_0 + \rho g(h + x) - (p_0 - \rho g x)] S$$

x - dubina na mestu gornje površine

$$F_p = \rho g h S$$

$$F_p = \rho g V = m_f g$$

- Sila potiska je jednaka **težini istisnute tečnosti (fluida)**.
- Tela jednake zapremine trpe delovanje jednakih sila potiska.



Potisak. Arhimedov zakon.

Svako telo uronjeno u tečnost prividno gubi od svoje težine toliko koliko teži istisnuta tečnost – Arhimedov zakon.

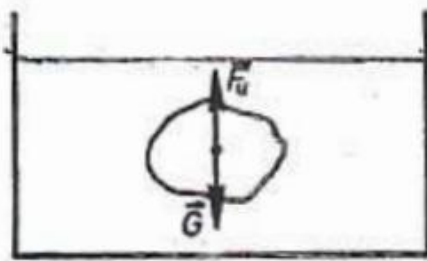
Efektivna težina tela (gustine ρ_t)
potopljenog u tečnost (fluid, gustine ρ_f):

$$Q_{ef} = Q - F_p = (\rho_t - \rho_f) g V$$

Uslov plivanja

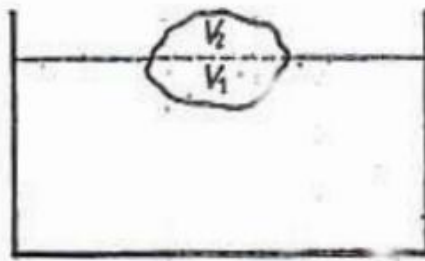
$$F = G - F_u = mg - \rho_f g V = \rho_t g V - \rho_f g V$$

$$F = g V (\rho_t - \rho_f)$$



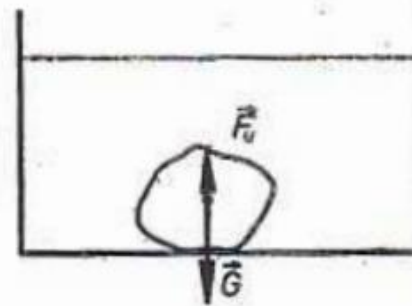
$$\rho_t = \rho_f$$

telo pliva



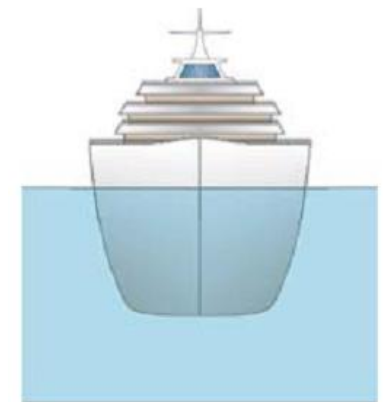
$$\rho_t < \rho_f$$

pluta



$$\rho_t > \rho_f$$

tone



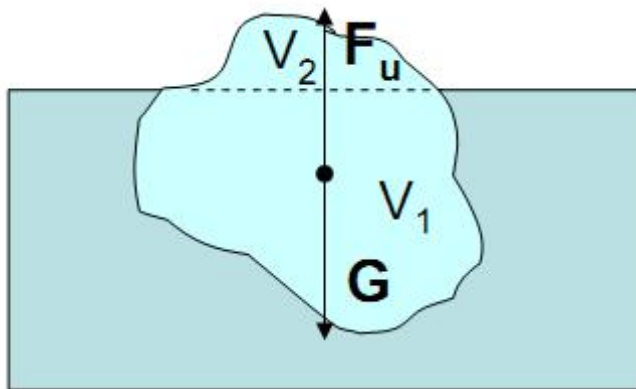
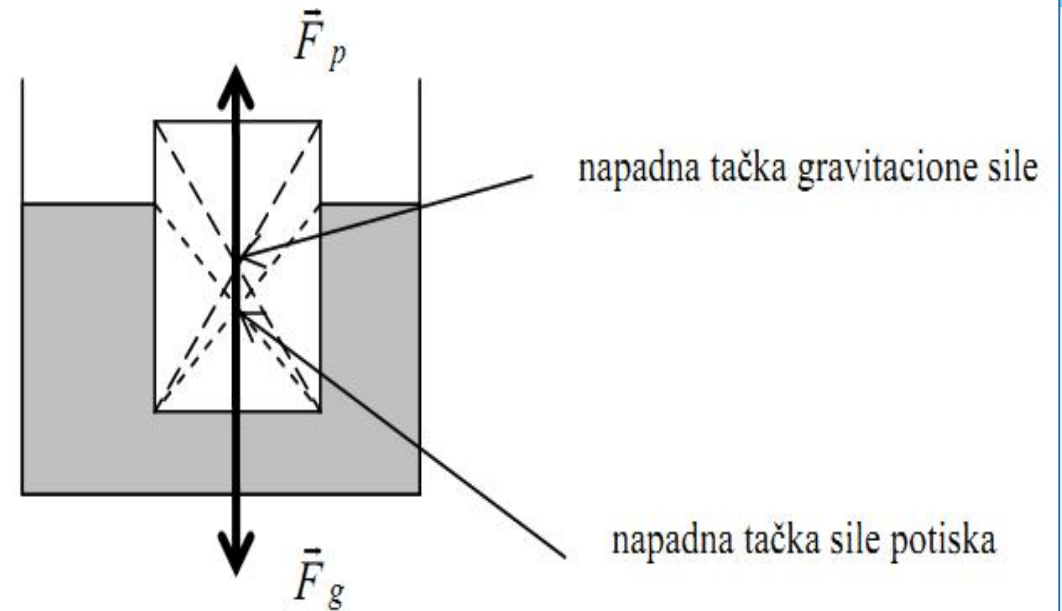
(a)



Primer:

Koliki deo ledene sante viri iznad morske površine?

Gustina leda je 900 kg/m^3 , a gustina morske vode 1020 kg/m^3 .



$$V = V_1 + V_2$$

$$F_u = G$$

$$\rho_f g V_1 = \rho_l g (V_1 + V_2)$$

$$V_2 = V - V_1$$

$$V_2 = \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_f}\right) V = 0,118 V$$

$V_2/V = 11,8\%$
sante leda viri iznad morske površine

Atmosferski pritisak

= pritisak zbog sopstvene težine stuba vazduha iznad Zemljine površine

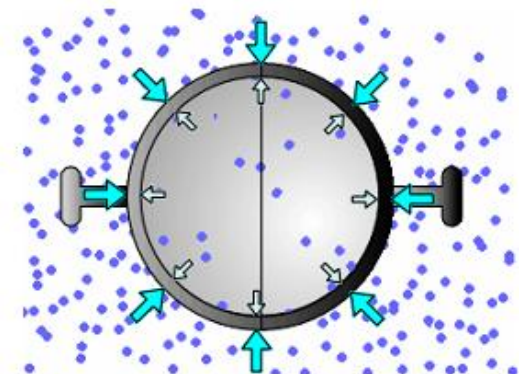
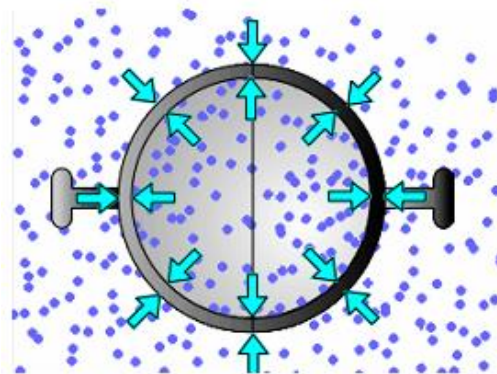
Podpritisak- Otto von Guerick (1602 – 1682); magdeburške polulopte (2x8 konja)

Pribor:

Dve jednake čaše, sveća, upijajući papir.

Izvođenje pokusa:

U donju čašu stavite sveću, pa zatim odozgo drugu čašu. Između čaša stavite upijajući papir natopljen vodom. Posle kraćeg vremena sveća se gasi zbog nedostatka kiseonika- U čašama se stvorio podpritisak. Spoljašnji pritisak pritiska čaše jednu uz drugu. Ako podignemo gornju čašu, za njom se podiže i donja čaša i nije ih lako razdvojiti. Sličan ogled izveo je Otto von Guericke 1656. godine u Magdeburgu s dvije bakrene polulopte koje su razvlačile dvije grupe od po 8 upregnutih konja.



podpritisak

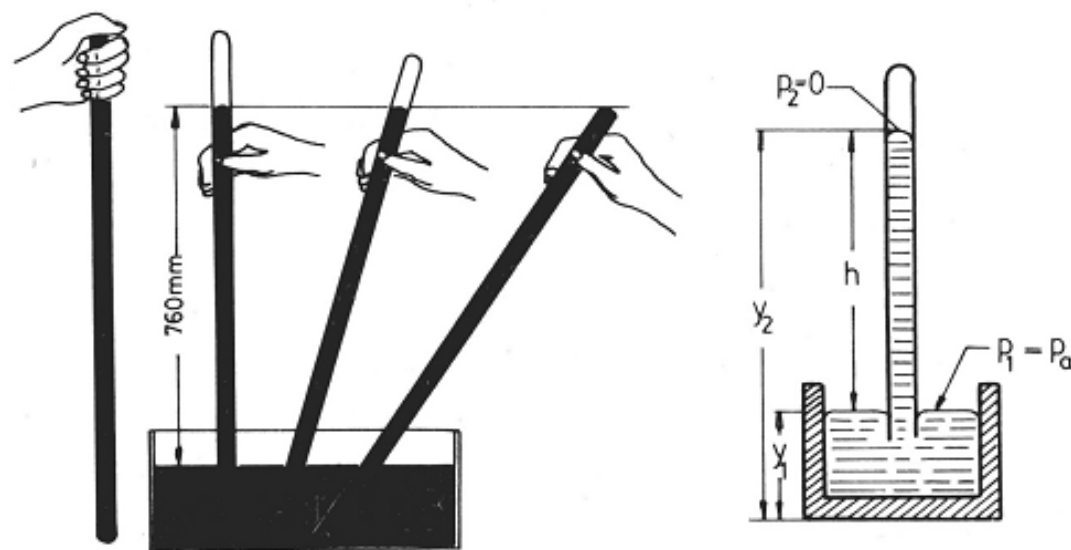
Atmosferski pritisak

- U **gasovima** su **međumolekulske sile slabe**, a potencijalna energija koja teži da ih drži na okupu je manja od njihove kinetičke energije.
- Nemaju stalan oblik ni zapreminu.
- Pritisak u zatvorenim gasovima se prenosi podjednako u svim pravcima važi **Paskalov zakon**.
- I u gasovima deluje **sila potiska**, ali je ona, zbog njihove male gustine, relativno mala.

• Pritisak koji vrše gasovi atmosfere na sva tela na Zemlji naziva se **atmosferski pritisak**.

$$p_0 = \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h$$

▪ Toričelijev ogled →



$$\rho = 13.595 \text{ kg/m}^3, h = 0.76 \text{ m} \rightarrow p_a = 101\,325 \text{ Pa}$$

Na nivou mora

E. Torricelli (1608 -1647)

$$p_0 = \rho gh = 13\,595,1 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,80665 \text{ m/s}^2 \cdot 0,760 \text{ m}$$

$$p_0 = 101325 \text{ Pa} \approx 10^5 \text{ Pa}$$

Jedinice za pritisak koje nisu SI ali su u upotrebi:

Tehnička atmosfera: 1 at = 98 066,5 Pa

Fizička atmosfera: 1 atm = 101 325 Pa

Bar: 1 bar = 10⁵ Pa

Tor: 1 tor = 1 mm Hg

Normalni atmosferski pritisak iznosi:

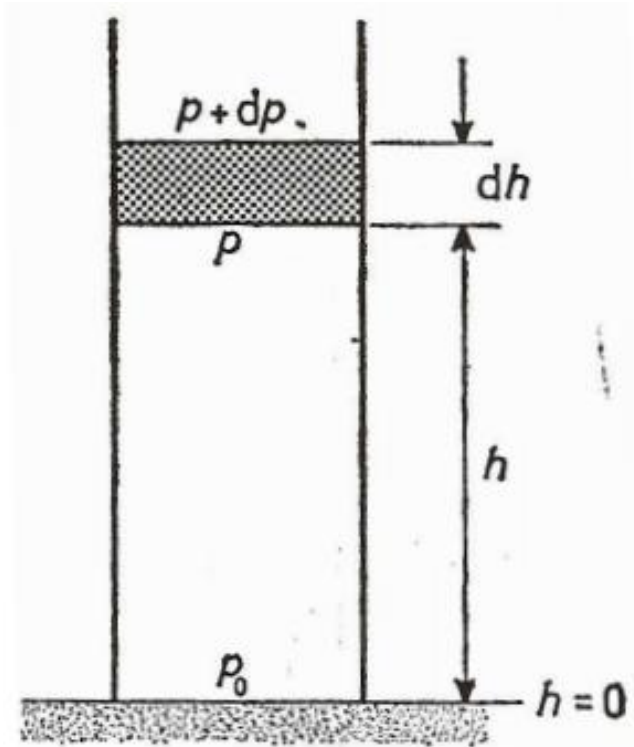
$$101\,325 \text{ Pa} = 1\,013,25 \text{ mbar} = 760 \text{ tora} = 760 \text{ mm Hg}$$



Atmosferski pritisak

Barometarska formula – opadanje pritiska sa nadmorskom visinom

$$dp = -\rho g dh$$

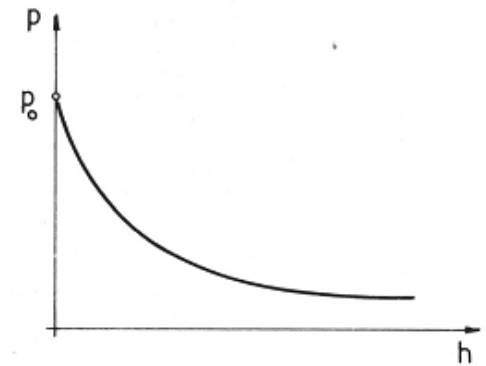


-pretpostavka izotermne atmosfere

$$\rho(h) = \frac{\rho_0}{p_0} p(h)$$

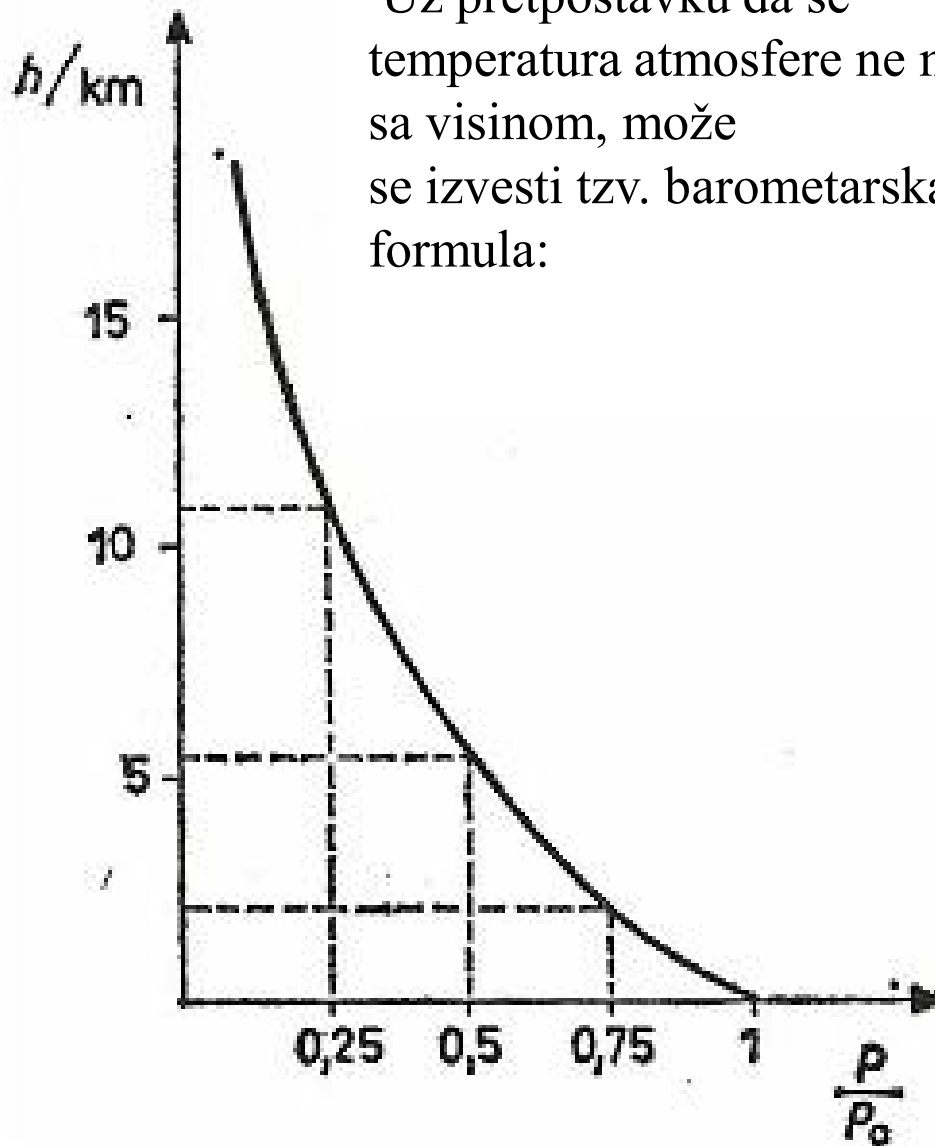
$$\int_0^h dh = -\frac{p_0}{\rho_0 g} \int_{p_0}^p \frac{dp}{p}$$

$$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0}{p_0} gh}$$



p_0, ρ_0 - pritisak i gustina vazduha na površini Zemlje.

Uz pretpostavku da se temperatura atmosfere ne menja sa visinom, može se izvesti tzv. barometarska formula:



Barometarska formula – opadanje pritiska sa nadmorskom visinom

$$dp = -\frac{\rho_0}{p_0} p(h) g dh$$

$$p_0 \frac{dp}{p(h)} = -\rho_0 g dh \quad / \int$$

$$p_0 \int_{p_0}^p \frac{dp}{p(h)} = -\rho_0 g \int_0^h dh$$

$$p_0 (\ln p - \ln p_0) = -\rho_0 g (h - 0)$$

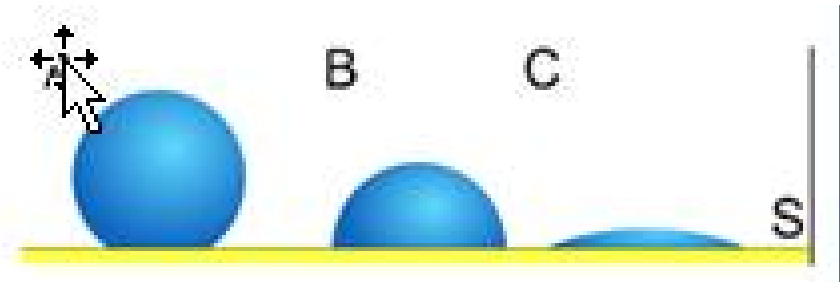
$$p_0 \ln \frac{p}{p_0} = -\rho_0 g h$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{\rho_0}{p_0} g h$$

$$\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{\rho_0}{p_0} g h}$$

$$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0}{p_0} g h}$$

Površinski napon



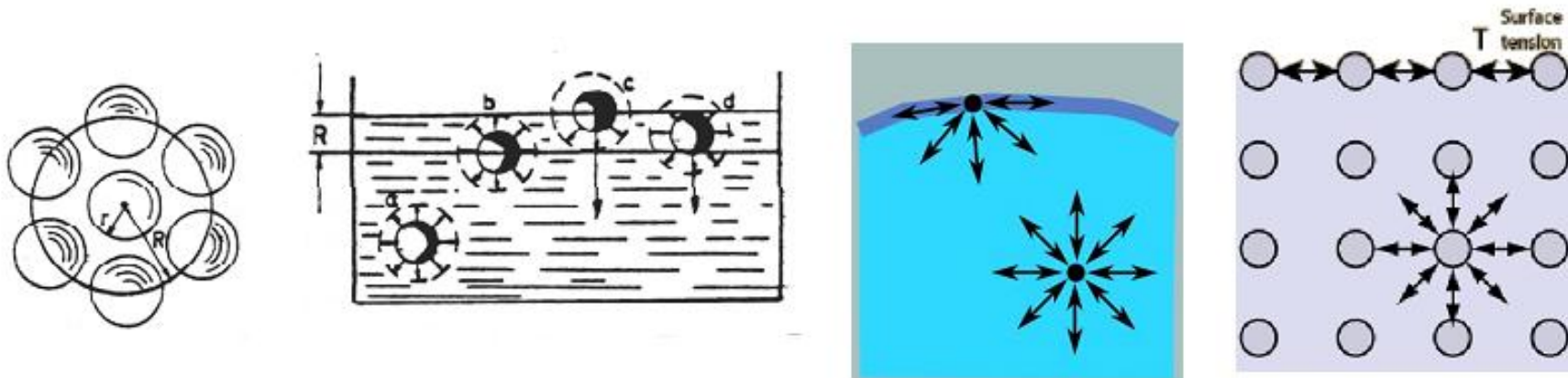
Spontana težnja, u prirodi, za minimumom potencijalne energije usloviće da slobodna površina tečnosti ima minimalnu vrednost.

Kap vode teži sfernom obliku, jer od svih tela iste zapremine sfera ima najmanju površinu.

Ovaj efekat smanjivanja granične površine javlja se između bilo koja dva fluida i naziva se **površinski napon**,

(naziv je dobio po sličnoj težnji zategnute membrane od gume, mada su u pitanju dva različita efekta).

Površinski napon

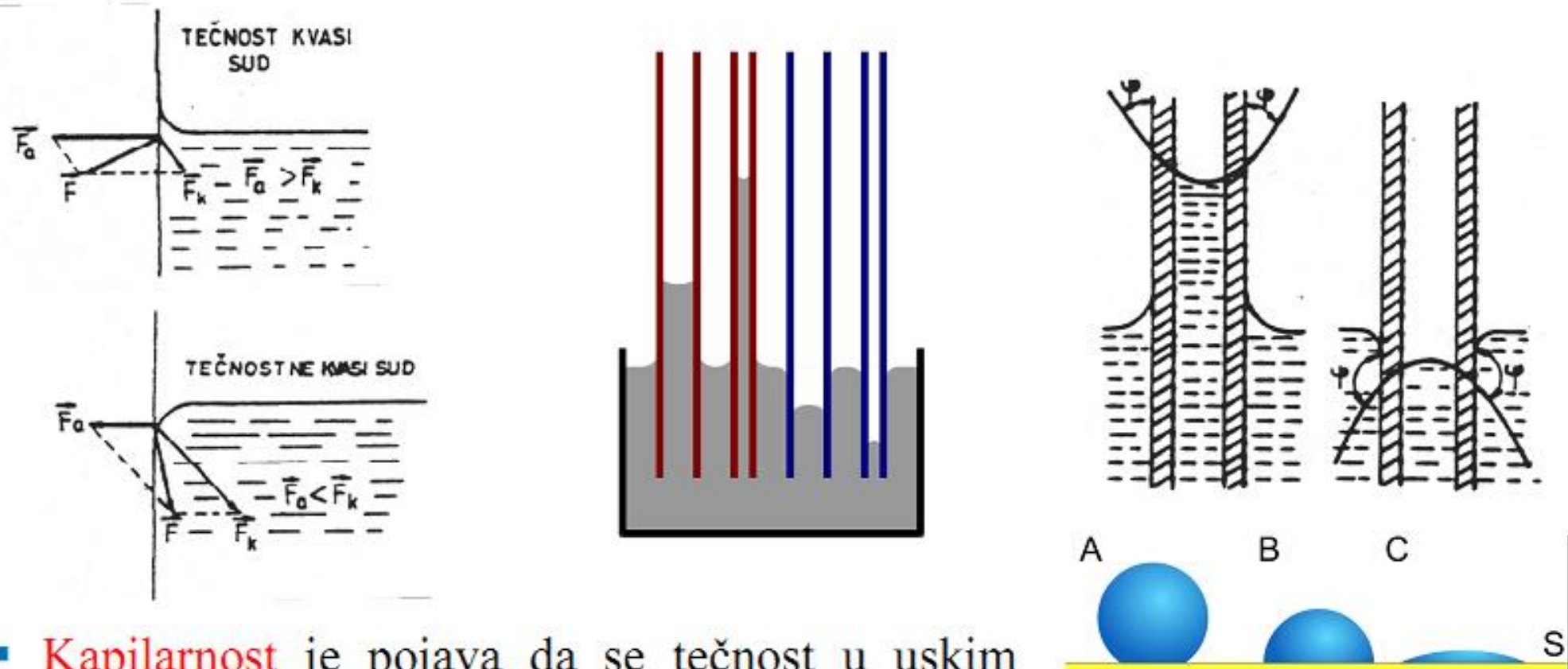


- **Površinski napon** je pojava narušavanja ravnoteže privlačnih međumolekulskih sila u površinskom (tj. graničnom) sloju u tečnostima.
- Usled postojanja površinskog napona, tečnosti teže da smanje svoju slobodnu površinu.
- **Koeficijent površinskog napona** je rad na dovođenju molekula tečnosti na površinu koji je potrebno izvršiti za jedinično povećanje slobodne površine tečnosti.

$$\gamma = \frac{\Delta A}{\Delta S}$$

Površinski napon

- U zavisnosti od materijala sa kojim se graniči tečnost, razlikuju se slučajevi kada tečnost **kvasi** (jače adhezione sile), odnosno **ne kvasi** (jače kohezione sile) sud u kome se nalazi.



- Kapilarnost** je pojava da se tečnost u uskim kapilarnim cevima ne ponaša po principu spojenih sudova, već zauzima viši ili niži nivo u odnosu na nivo u spoljašnjem sudu.